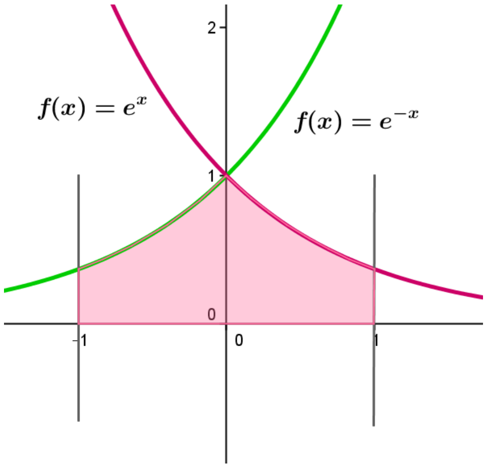
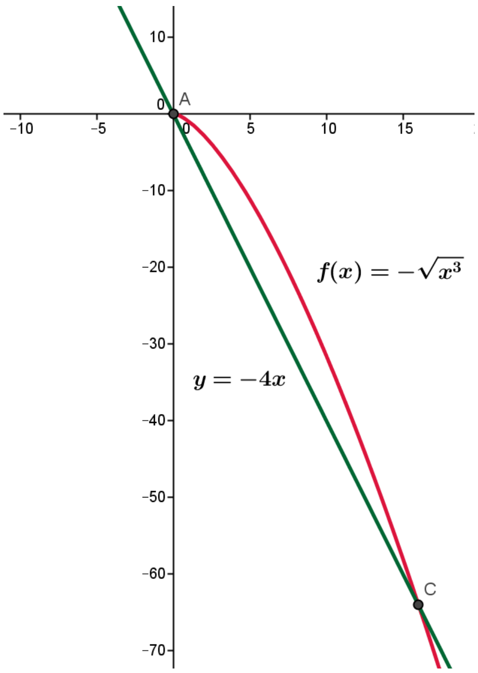
MATEMATIKA II AZALERAK

1.- $y = e^{x}$ eta $y = e^{-x}$ funtzioek eta x=1 x = -1 mugaturiko barrutiaren azalera kalkulatu. Irudikatu barrutia.



$$A = 2\int_0^1 e^{-x}dx = 2\left(-e^{-x}\right)\Big|_0^1 = 2 - \frac{2}{e} \quad u^2$$

2.- $y^2 = x^3$ funtzioak , eta jatorritik eta (1,-4) puntutik pasatzen dan zuzenak mugaturiko azalera kalkulatu. Egin barrutiaren zirriborroa.



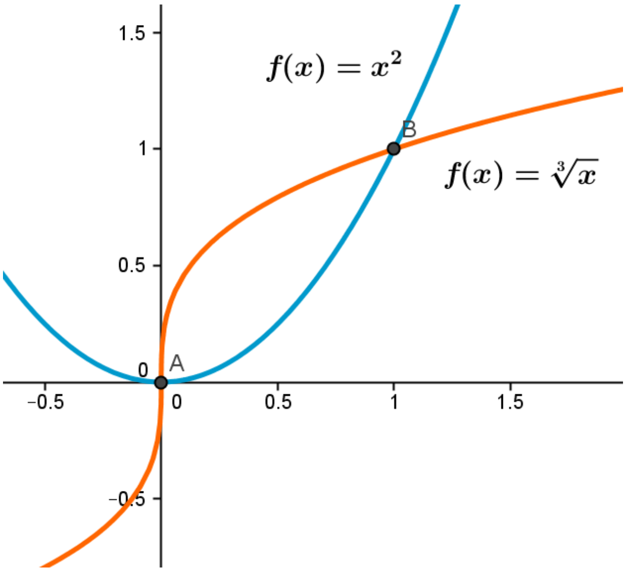
Ebaketa puntuak:

$$\begin{cases} y^2 = x^3 \\ y = -4x \end{cases} \quad \textit{Ebatzi} \quad \textit{eta} \quad x = 0; \quad x = 16$$

Azalera:

$$A = \int_0^{16}\left(-\sqrt{x^3} - (-4x)\right)dx = \left(-\frac{2\sqrt{x^5}}{5} + 2x^2\right)\Bigg|_0^{16} = \frac{512}{5} \quad u^2$$

3.- Determina ezazu $y = x^2$ eta $y = x^{1/3}$ kurbek eta x = 1 eta x =-1 zuzenek mugatzenduten eskualdearen azalera. Egin eskualdearen zirriborroa.



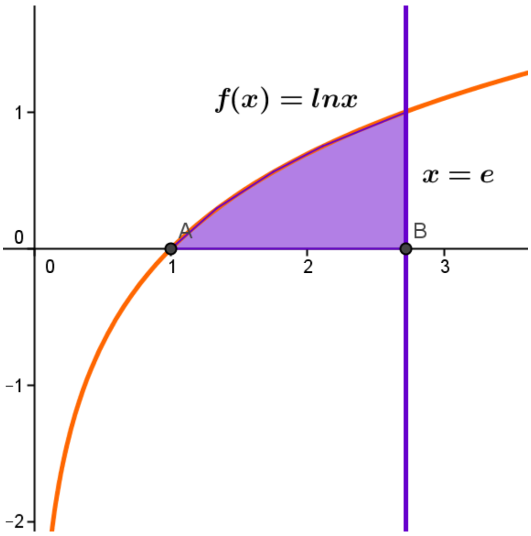
Ebaketa puntuak:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = \sqrt[3]{x} \end{cases} \quad Ebatzi \;\; eta \qquad x = 0 \;\; eta \quad x = 1$$

Azalera:

$$A = \int_0^1 \left(\sqrt[3]{x} - x^2\right) dx = \left(\frac{3\ \sqrt[3]{x^4}}{4} - \frac{x^3}{3} \right) \Bigg|_0^1 = \frac{5}{12} \qquad u^2$$

4.- Kalkulatu $f(x) = \ln x$ funtzioak, OX ardatzak eta x = e puntuko funtzioarekiko zuzen ukitzaileak mugaturiko eskualdearen azalera. Egin azaleraren zirriborroa.



Azalera

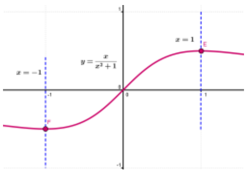
$$A = \int_1^e \ln x \, dx = \left(x \ln x - x\right)\Big|_1^e = 1 \quad u^2$$

5.- Izan bitez $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ funtzioa. Kalkulatu funtzioak , OX ardatzak eta OX ardatzarekiko bi zuzen perpendikularrek funtzioaren maximoan eta minimoan hurrenez hurren, mugaturiko eskualdearen azalera. Egin azaleraren zirriborroa.

Maximoa eta minimoa:

$$f'(x) = \frac{-x^2+1}{\left(x^2+1\right)^2} \qquad f'(x) = 0 \quad Ebatzi \quad eta \quad x = \pm 1$$

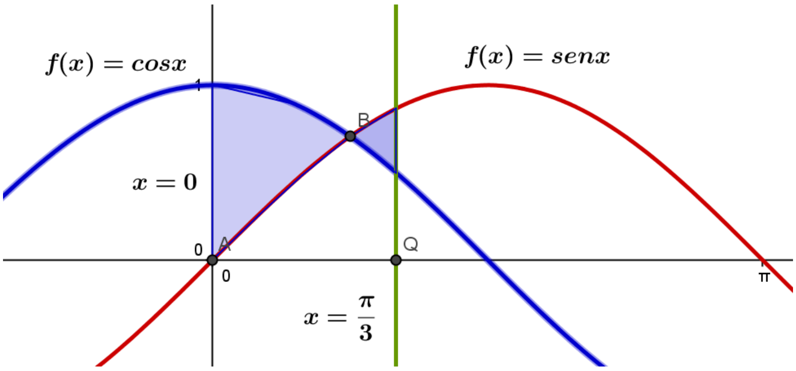
Azalera:



$$A = 2\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}\,dx = 2\left(\frac{1}{2}\ln\left|x^2+1\right|\right)\Big|_0^1 = \ln 2 \quad u^2$$

6.- Marraztu $y = senx$ eta $y = \cos x$ funtzioek , eta x = 0 eta $x = \dfrac{\pi}{3}$ zuzenek mugaturiko eskualdea.

Kalkulatu irudikatutako azalera.



Ebaketa puntua:

$$\begin{cases} y = senx \\ y = \cos x \end{cases} \quad Ebatzi \quad eta \qquad x = \frac{\pi}{4}$$

Azalera:

$$A = \int_0^{\pi/4} (\cos x - senx)\,dx + \int_{\pi/4}^{\pi/3} (senx - \cos x)\,dx =$$

$$= \left(senx + \cos x\right)\Big|_0^{\pi/4} + \left(-\cos x - senx\right)\Big|_{\pi/4}^{\pi/3} =$$

$$= 0{,}462 \;\; u^2$$

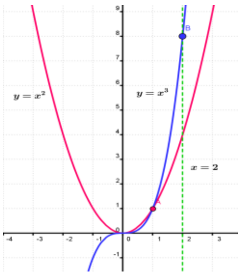
7.- Izan bitez $f(x)=x^2$ eta $g(x)=x^3$, kalkulatu bi kurbek eta x = 2 zuzenak mugaturiko azalera. Adierazi grafikoki eskualdea.

Ebaketa puntuak:

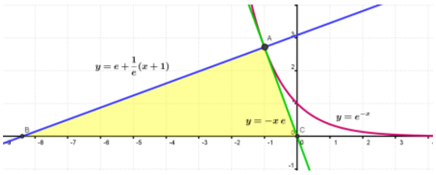
$$\begin{cases} y=x^2 \\ y=x^3 \end{cases} \quad Ebatzi \;\; eta \qquad x=0 \quad eta \quad =1$$

Azalera:

$$A=\int_1^2\left(x^3-x^2\right)dx=\left(\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_1^2=\frac{17}{12} \quad u^2$$



8.- OX ardatzak eta x = -1 puntuko $f(x)=e^{-x}$ funtzioarekiko zuzen ukitzaileak eta normalak osoturiko triangeluaren azalera kalulatu. Adierazi grafikoki eskualdea.



Zuzen ukitzailea eta normala x =-1 puntuan:

$f'(x)=-e^{-x}$ *da. Zuzen ukitzailearen malda* $f'(-1)=-e^{-(-1)}=-e$; *eta normalarena* $m_n=\frac{-1}{m_u}=\frac{-1}{-e}=\frac{1}{e}$ *dira.*

Zuzen ukitzailea:

$$f(x)=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0) \quad\Rightarrow\quad y=e^{-(-1)}-e(x-(-1)) \quad\Rightarrow\quad y=-xe$$

Zuzen normala:

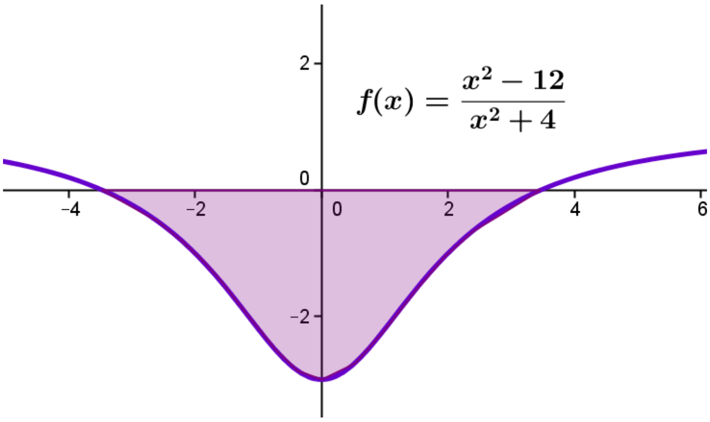
$$f(x)=f(x_0)+\left(\frac{-1}{m_u}\right)(x-x_0) \quad\Rightarrow\quad y=e^{-(-1)}+\frac{-1}{-e}(x-(-1)) \quad\Rightarrow\quad y=e+\frac{1}{e}(x+1)$$

Ebakitze puntuak: A(X=-1); C(x=0) eta B: $\begin{cases} y=0 \\ y=e+\frac{1}{e}(x+1) \end{cases}$ *Ebatzi eta* $x=-e^2-1=8{,}38$

Azalera:

$$A=\int_{-e^2-1}^{-1}\left(e+\frac{1}{e}(x+1)\right)dx+\int_{-1}^{0}(-xe)dx=\left(ex+\frac{x^2}{2e}+\frac{x}{e}\right)\Bigg|_{-e^2-1}^{-1}+\left(\frac{-ex^2}{2}\right)\Bigg|_{-1}^{0}=\text{..........}\quad u^2$$

9.- $f(x)=\dfrac{x^2-12}{x^2+4}$ funtzioak eta OX ardatzak mugaturiko azalera kalkulatu. Egin grafikoaren zirriborroa.



Ebaketa puntuak OX ardatzagaz:

$$\begin{cases} y=0 \\ y=\dfrac{x^2-12}{x^2+4} \end{cases} \quad Ebatzi \ \ eta \quad x=\pm\sqrt{12}$$

Azalera:

$$A=\left|\int_0^{\sqrt{12}}\left(\frac{x^2-12}{x^2+4}\right)dx\right|=\left|\int_0^{\sqrt{12}}\left(1-\frac{16}{x^2+4}\right)dx\right|=$$

$$=\left|\left(x-8arctg\,\frac{x}{2}\right)\Big|_0^{\sqrt{12}}\right|=4{,}91 \quad u^2$$